

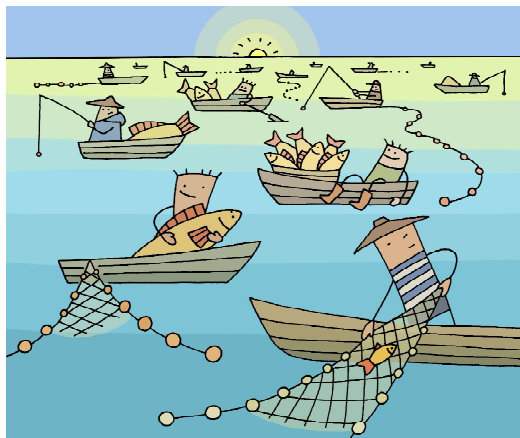


# Посчитаем?

## «СКАЗКА О РЫБАКАХ И РЫБКАХ», или Об одной задаче на круги Эйлера

Круги Эйлера, – а точнее, их частный случай – так называемые «диаграммы Эйлера – Венна», – хорошо известны и учителям, и школьникам как удобный графический инструмент для наглядной демонстрации логических функций булевой алгебры и для решения соответствующих задач. Однако сфера возможного применения кругов Эйлера на самом деле гораздо шире. Швейцарский (а позже – российский) математик Леонард Эйлер придумал их как наглядный способ отображения отношений между различными множествами и подмножествами.

В некоторых случаях такой способ наглядного представления данных позволяет легко просто решать достаточно, на первый взгляд, запутанные задачи. В качестве примера рассмотрим задачу о рыбаках и рыбах, которая предлагалась на математическом вечере в московской школе № 1360 с углубленным изучением математики для учащихся 6 класса.



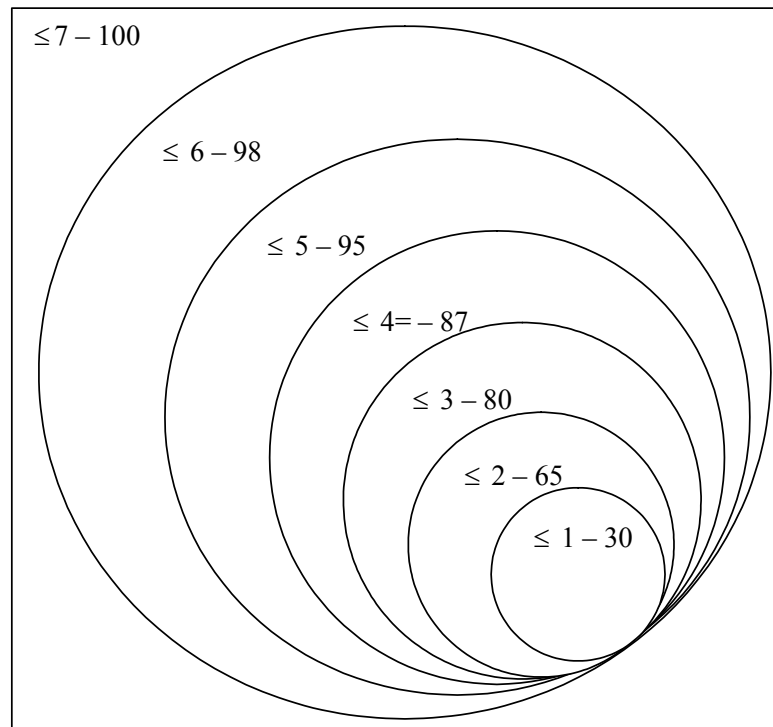
**Задача.** 100 рыбаков ловили рыбу. Никто из них не остался без улова, но никто не поймал больше 7 рыб. При этом не более 6 рыб поймали 98 чел, не более 5 – 95, не более 4 – 87, не более 3 – 80, не более 2 – 65, не более 1 – 30 чел. Сколько всего рыб поймали рыбаки?

Ключевым моментом в решении этой задачи является тот очевидный факт, что *все* рыбаки, которые поймали некоторое количество рыб  $n$ , являются подмножеством более широкого множества рыбаков, поймавших  $(n + 1)$  рыбку.

Нарисуем всю совокупность этих подмножеств в виде кругов Эйлера. Причем рисование нужно начать с подмножества рыбаков, поймавших «не более 1 рыбины»: ведь очевидно, что раз сказано, что «никто не остался без улова», то фраза «поймал не более 1 рыбы» как раз и означает, что данный рыбак поймал *ровно* одну рыбку. Получится примерно следующая картинка:

А теперь остается всего лишь аккуратно «расплести» получившуюся цепочку кругов Эйлера «с конца задачи» (то есть с наименьшего возможного количества рыб).

• Как мы уже говорили выше, 1 рыба – это минимально возможный улов. Этому значению соответствует 30 человек.



• 65 человек поймали не более 2 рыб (то есть 1 или 2 рыбы). Но сюда уже входят те 30 человек, которые поймали 1 рыбу и уже нами посчитаны. Тогда ровно 2 рыбы поймали  $(65 - 30) = 35$  человек.

Продолжая рассуждать аналогично, получаем, что:

- 3 рыбы поймали  $(80 - 65) = 15$  человек.
- 4 рыбы –  $(87 - 80) = 7$  человек.
- 5 рыб –  $(95 - 87) = 8$  человек.
- 6 рыб –  $(98 - 95) = 3$  человека.
- 7 рыб –  $(100 - 98) = 2$  человека.

Прежде всего, выполним проверку – просуммируем получившиеся количества рыбаков:  $30 + 35 + 15 + 7 + 8 + 3 + 2 = 100$  человек. Значит – все посчитаны, никто не остался без внимания!

А теперь можно подсчитать и искомое общее количество рыб, умножая соответствующие количества рыбаков на количества рыб, которые они выловили:

$$1 \cdot 30 + 2 \cdot 35 + 3 \cdot 15 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 8 + 6 \cdot 3 + 7 \cdot 2 = 30 + 70 + 45 + 28 + 40 + 18 + 14 = 245 \text{ рыб.}$$

Это и есть ответ к данной задаче.

### Секрет фокуса с числами, опубликованного в № 6 за 2018 год

Таблица составлена так, что сумма любых пяти рядом стоящих чисел по горизонтали или по вертикали равна 65. Чтобы назвать сумму закрытых чисел, надо от 65 отнять число, стоящее рядом. Например, в верхнем ряду закрыты картонкой числа 24, 18, 12 и 6. Отнимем от 65 число, стоящее рядом (слева или справа – безразлично: с обеих сторон – 5), и получим сумму четырех чисел – 60.

Источник: [https://vk.com/topic-170181739\\_39011263?z=photo-170181739\\_456245218%2Fpost-170181739\\_181](https://vk.com/topic-170181739_39011263?z=photo-170181739_456245218%2Fpost-170181739_181)